

CRITERIO DI NYQUIST

(1889-1976)

- Nyquist fornisce indicazioni più precise su come fare a far diventare stabile un sistema che non lo è
- Con Nyquist si studia la fdt di anello aperto (F) del ramo diretto
- Con Nyquist si ottengono le conclusioni sulla fdt (WCL) di anello chiuso
- Con Nyquist si fa una rappresentazione GRAFICA, ovvero si discute la stabilità in base ad un grafico
- Con Nyquist NON è facile disegnare il grafico a mano
- Il diagramma di Nyquist è simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- il diagramma va tracciato per freq pos. e neg.

CRITERIO DI NYQUIST (generalizzato)

UN SISTEMA È STABILE SSE $(-N)=P$ (rotazioni attorno al Punto critico)

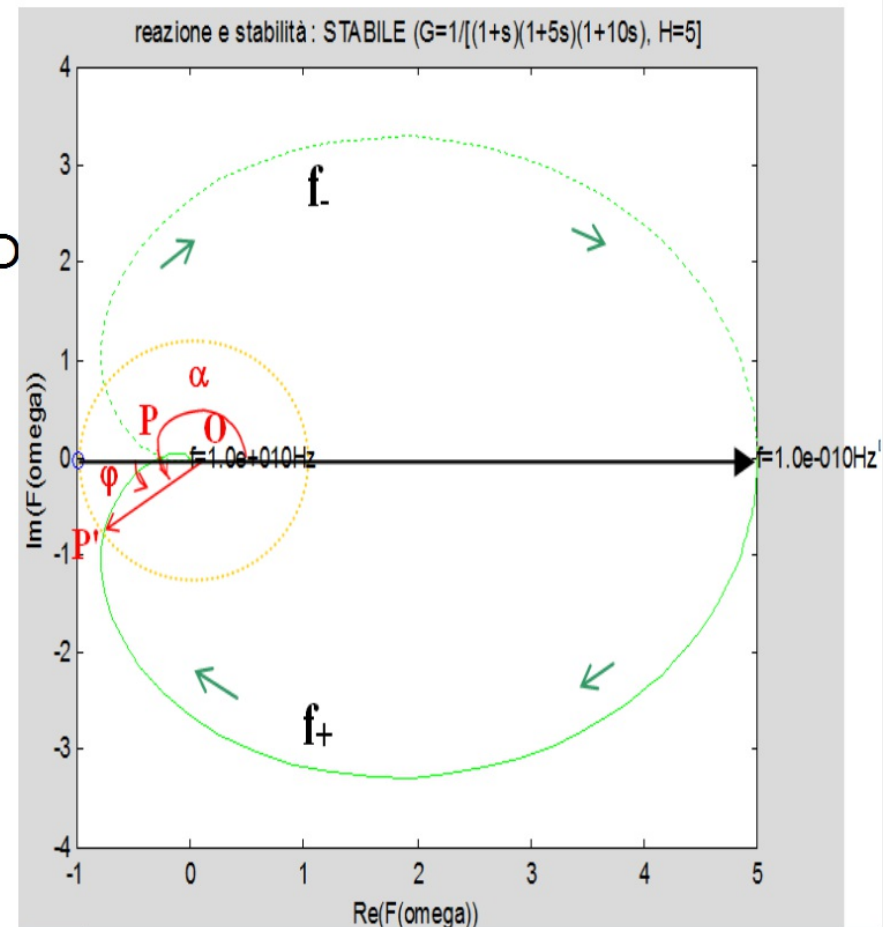
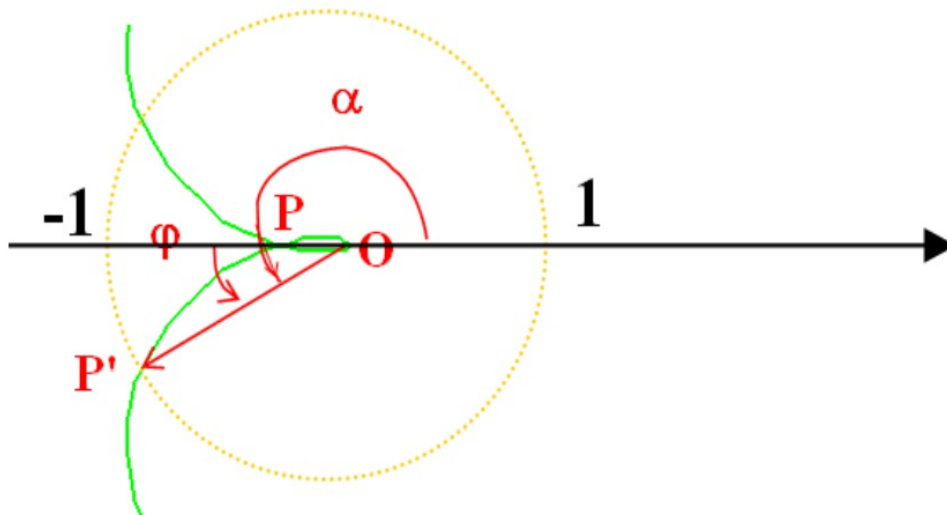
$(-N)$ è il numero di rotazioni in SENSO ANTIORARIO

$+N$ NUMERO DI ROTAZIONI COMPLETE

IN SENSO ORARIO ATTORNO

AL PUNTO CRITICO $(-1,0)$

P NUMERO DI POLI A PARTE REALE
POSITIVA DELLA W_{OL} (ANELLO APERTO)

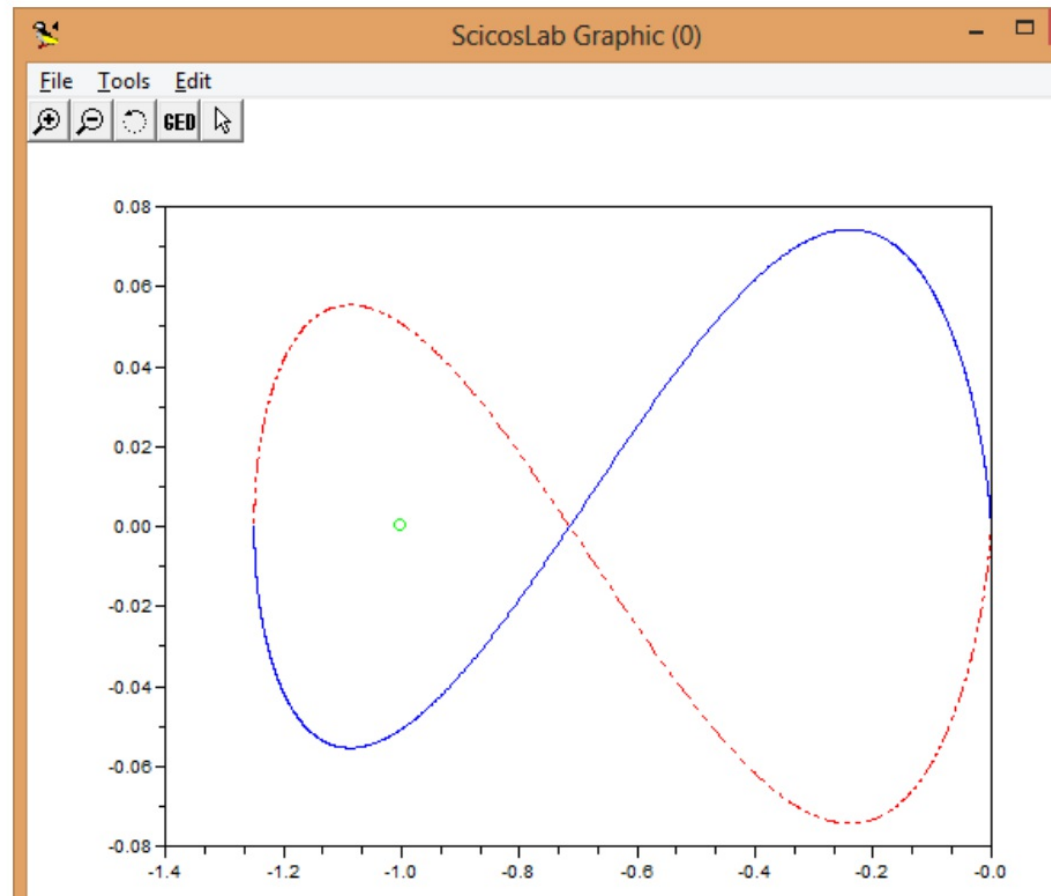


Nyquist, Rotazioni, margini, Bode (1/2)

1. Come individuare il verso di ROTAZIONE
2. Se disegno il diagramma TUTTO insieme NON riesco ad individuare il **verso**
3. come legare i "margini di fase e di guadagno" con Nyquist
4. esiste un criterio x i "margini"; se comprendo come collegare i margini a Nyquist, riesco a RICONDURRE un nuovo criterio ad un criterio noto
5. idem x criterio di Bode
6. entrambi (margini e Bode) sono "casi particolari" di Nyquist

Nyquist, Rotazioni, margini, Bode (2/2)

1. partire da frequenza da $f=-\infty$ a 0^- e da $f=0^+$ fino a $+\infty$
2. come individuare il punto ad $f=-\infty$, $f=0^-$, $f=0^+$, $f=+\infty$
3. utilizzerò colori o simboli diversi x freq. neg e pos: a freq $\pm\infty$ il modulo della fdt tende a 0



NYQUIST, GUADAGNO e STABILITA'

Un sistema che ad anello aperto è stabile,

- 1. aumentando il guadagno rimarrà sempre STABILE ad anello APERTO (non cambiano i poli)**
- 2. ad anello chiuso diverrà instabile SE esiste una intersezione delle ascisse negativa**

Un sistema che ad anello aperto è instabile, ma che è stabile ad anello chiuso

- 1. aumentando il guadagno rimarrà sempre INSTABILE ad anello APERTO (non cambiano i poli)**
- 2. ad anello chiuso diverrà instabile SE esiste una intersezione delle ascisse negativa sia aumentando che diminuendo il guadagno**

DIAGRAMMA DI NYQUIST con ScicosLab o Matlab

```
min=-10;max=10;Npunti=500;  
f=[-logspace(max,min,Npunti)  
logspace(min,max,Npunti)];s=j*2*pi.*f;  
G5=1./((1+s).*(1+5*s).*(1+10*s));H5=5;F5=G5.*H5;  
plot(F5(1:Npunti),'g:');hold  
on;plot(F5(Npunti+1:2*Npunti),'g');plot(-1,0,'bo');  
title('reazione e stabilità: STABILE (G=1/[(1+s)(1+5s)(1+10s),  
H=5]');  
xlabel('Re(F(omega))');ylabel('Im(F(omega))');hold off
```

CRITERIO DI NYQUIST ristretto

Esistono 2 teoremi di Nyquist:

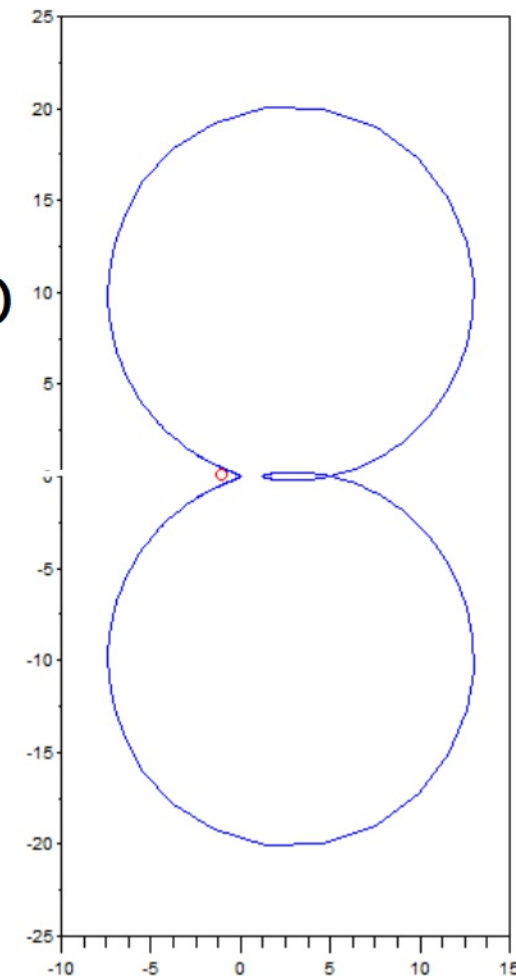
- criterio ristretto
- criterio generalizzato

ENUNCIATO DEL CRITERIO RISTRETTO

un sistema, la cui funzione di trasferimento ad anello aperto non presenta poli a parte reale positiva (ovvero è stabile) è stabile ad anello chiuso quando il diagramma (parte immaginaria in funzione della parte reale) non racchiude il punto critico di coordinate $(-1,0)$.

Esempio (case 1) di diagramma con ScicosLab:

```
f=[-logspace(10,-10,10000) logspace(-10,10,10000)];  
omega=2* %pi*f;s=%i *omega;F=10./(s^3+5*s^2+1.2*s+8);  
plot(real(F),imag(F)), plot(-1,0,'ro')
```



CRITERIO DI NYQUIST GENERALIZZATO (vale sempre, senza limitazione)

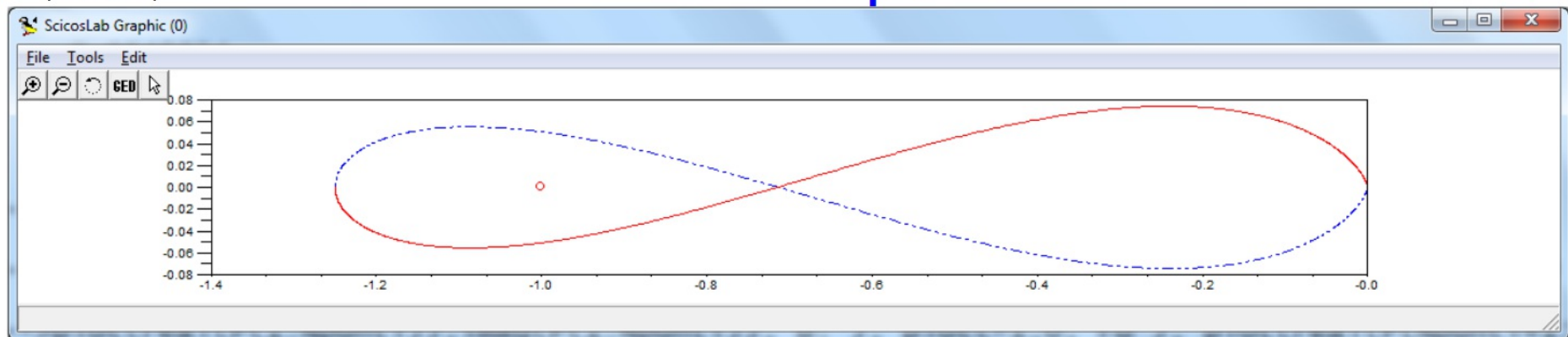
Un sistema è stabile SSE il numero di rotazioni in senso antiorario attorno al punto critico è pari al numero di pol a parte reale positiva.

- rotazione: si fissa un punto della "bacchetta allungabile" sul punto critico; l'altro punto si muove sul diagramma a partire da frequenza - inf verso freq 0 e poi da zero a + infinito.
- Conto il numero di rotazioni attorno al punto critico

Esempio (case 2) di diagramma con ScicosLab:

```
roots([1 5 1,2 -8]), Npunti=1000;  
f=[-logspace(10,-10,Npunti) logspace(-10,10,Npunti)];  
omega=2* %pi*f;s=%i *omega;F=10./(s^3+5*s^2+1.2*s-8);  
plot(real(F(1:Npunti)),imag(F(1:Npunti)),'b:'), plot(real(F(Npunti+1:2*Npunti)),imag(F(Npunti+1:2*Npunti)),'r')  
plot(-1,0,'ro')
```

Esempio



Esempio (case 2) di diagramma di Nyquist con ScicosLab:

```
roots([1 5 1,2 -8])
```

ans =

0.9545854 ← 1 RADICE a parte reale positiva
- 0.5044419 + 1.2000253i
- 0.5044419 - 1.2000253i
- 4.9457017

Npunti=1000;

```
f=[-logspace(10,-10,Npunti) logspace(-10,10,Npunti)];
```

```
omega=2* %pi*f;s=%i *omega;F=10./(s^3+5*s^2+1.2*s-8);
```

```
plot(real(F(1:Npunti)),imag(F(1:Npunti)),'b:'),
```

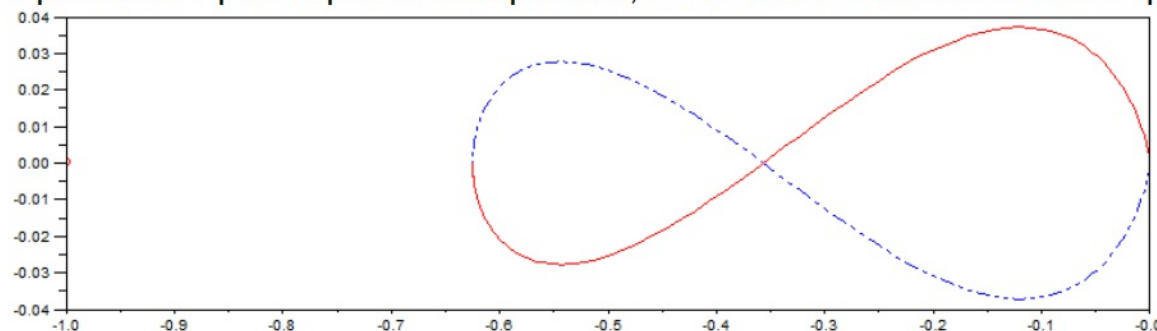
```
plot(real(F(Npunti+1:2*Npunti)),imag(F(Npunti+1:2*Npunti)), 'r')
```

```
plot(-1,0,'ro')
```

Esempio (case 3) di diagramma con ScicosLab:

Riduciamo adesso il guadagno introducendo nel ramo diretto un blocco G_c con guadagno 0.5;

$F=10*0.5 ./ (s^3+5*s^2+1.2*s-8)$; è presente 1 polo a parte reale positiva, il numero di rotazioni è zero e quindi il sistema diviene **INSTABILE**



Esempio (case 4) di diagramma con ScicosLab:

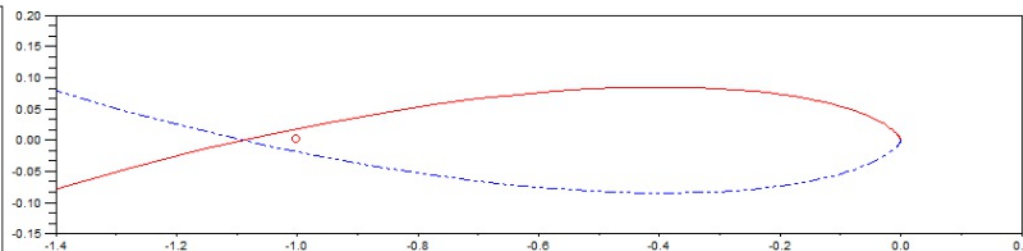
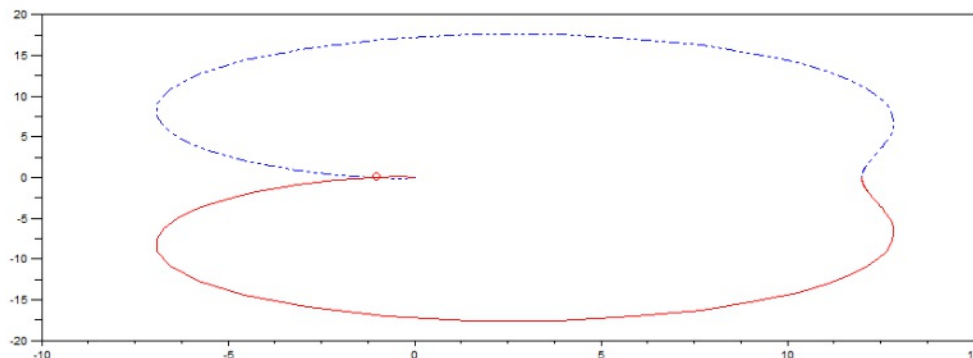
```
roots([1 5 1.2 -8]), Npunti=1000; f=[-logspace(10,-10,Npunti) logspace(-10,10,Npunti)];
```

```
omega=2* %pi*f; s=%i *omega;  $F=10*0.5*1.2 ./ (s^3+5*s^2+1.2*s+0.5)$ ;
```

```
plot(real(F(1:Npunti)),imag(F(1:Npunti)),'b:'),plot(real(F(Npunti+1:2*Npunti)),imag(F(Npunti+1:2*Npunti)),'r')
```

```
plot(-1,0,'ro')
```

Il sistema ad anello aperto è stabile; avendo aumentato il guadagno di un fattore 1.2, il sistema è divenuto **INSTABILE**



Riepilogo sulla Stabilità

- 1. Metodo diretto (parte reale dei poli)**
- 2. Criterio di Routh (tabella, 1a colonna), WCL**
- 3. Criterio ristretto di Nyquist, WOL e conclusioni WCL**
- 4. Criterio generalizzato di Nyquist, WOL e conclusioni WCL**
- 5. Metodo per Margine di Guadagno MG e Margine di fase Mfi
(caso particolare di 3)**
- 6. Criterio di Bode per la stabilità (caso particolare di 3)**
- 7. (Metodo delle radici)**